5. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. - М.: Наука, 1978. - 336 с.

6. Пономарев Б.В. Взвешивание твердых частиц в горизонтальном пневмотранспортном потоке (см. в настоящем сборнике).

7. Потураев В.Н., Волошин А.И., Пономарев Б.В. Вибрационно-пневматическое транспортирование сыпучих материалов. - Киев: Наук. думка, 1989. - 246 с.

УДК 622.232.83:622.831.322

В.А. Страшко, Л.Д. Шматовский

ВЛИЯНИЕ НАРУШЕНИЙ СПЛОШНОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД НА ИХ СОПРОТИВЛЯЕМОСТЬ МЕХАНИЧЕСКОМУ РАЗРУШЕНИЮ

Приведено аналітичне рішення задачі по впливу порушення суцільності гірських порід на їх опірність механічному руйнуванню.

Микроскопическое изучение состава и строения горных пород указывает на то, что все они имеют различного рода дефекты. С механической точки зрения особую роль играют пористость и трещиноватость пород. Эти дефекты, также как и ряд других, возникли в процессе образования и деформирования горных массивов, а также под действием напряжений, обусловленных силами природы. Распределение их в массиве, как правило, имеет стохастический характер. Поэтому любой, произвольно выделенный элементарный объем массива будет иметь случайное количество дефектов. В силу этого прочностные свойства породы этого объема тоже будут иметь случайные значения и для их описания можно использовать законы статистической физики.

Выделим из массива элементарный объем породы и будем считать, что масштабы этого объема намного превосходят размеры дефектов и его можно условно разделить на множество структурных элементов. Очевидно, что при таком разделении структурные элементы породы будут иметь локальные значения прочности, которые полностью определяются прочностью их наиболее слабых дефектных мест. Принятые допущения позволяют найти зависимость прочности породы от величины отношения слабопрочных ее структурных элементов, разрушающихся при напряжении меньшем (или равном) σ к общему числу элементов, содержащихся в рассматриваемом объеме породы. Для этого вводится относительная площадь сечения элементарного объема породы, в которой слабопрочные структурные элементы уже разрушены. Тогда нагрузка будет передаваться только на относительную площадь, и истинное напряжение в породе будет определяться по формуле (1)

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 - P(\sigma)}, \tag{1}$$

где $P(\sigma)$ – относительное количество элементов, прочность которых не более σ; σ_0 – напряжение равное нагрузке, отнесенной к первоначальной площади сечения элементарного объема, в котором слабопрочные элементы еще не разрушены.

Формулу (1) можно записать в виде

$$\sigma_0 = \sigma - \sigma P(\sigma). \tag{2}$$

Как видно, она содержит два качественно различных слагаемых. Первое слагаемое характеризует среднюю прочность тех условно выделенных структурных элементов породы, которые не подвержены влиянию дефектов, а второе – характеризует прочность слабых ее элементов и, вследствие случайного распределения дефектов в массиве, является тоже случайной величиной.

Обозначим через dn среднее число условно выделенных элементов в единице объема породы, имеющих компоненты тензора напряжений, лежащие в интервале между σ_i и $\sigma_i + d\sigma_i$, τ_{ij} и $\tau_{ij} + d\tau_{ij}$, где индексы i, j = x,y,z. Будем считать, что число элементов с данными компонентами напряжений не зависит от времени. Тогда dn можно представит в следующем виде

$$dn = n(\sigma_i, \tau_{ij})d\sigma = n(\sigma)d\sigma_i d\tau_{ij},$$

где $n(\sigma_i, \tau_{ij}) = n(\sigma)$ – среднее число элементов с компонентами напряжений σ_i, τ_{ij} в единичном интервале.

Если интервал $d\sigma = d\sigma_i\, d\tau_{ij}$ достаточно велик для того, чтобы в нем могло находится сравнительно большое число элементов, то функция их распределения $n(\sigma)$ по напряжениям будет плавно изменяться с изменением своих аргументов. Поскольку все направления расположения структурных элементов в рассматриваемом объеме породы равноправны, распределение напряжений должно быть изотропным и функция $n(\sigma)$ не может зависеть от направления напряжения. Это означает, что $n(\sigma_i, \tau_{ij})$ не может быть произвольной функцией от компонентов напряжений σ_i, τ_{ij}, но должна являться функцией аргумента интенсивности напряжения σ.

Переходя от компонент напряжения к его интенсивности и направлению, которое характеризуется полярными углами θ, φ, можем написать

$$dn = n(\sigma)d\sigma \sin\theta d\theta d\varphi .$$

Полное число элементов в единице объема породы определяет условие нормирования

$$n = \int_W n(\sigma)d\sigma \sin\theta d\theta d\varphi . \qquad (3)$$

Нахождение явного вида функции распределения $n(\sigma)$ осуществляется следующим образом. Полагаем, что все структурные элементы, напряжения в которых лежат между σ и $\sigma_i + d\sigma_i$, статистически независимы друг от друга. Тогда общая плотность вероятности $W(x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; ...; x_n, y_n, z_n)$ того, что эти элементы одновременно будут находиться в единице объема породы, может быть представлена в виде произведения всех плотностей вероятности для каждого структурного элемента $W(x_к, y_к, z_к)$. Эти плотности могут быть функциями только внешних параметров a и $\sigma_к$, т.е.

$$W_к = n_к(a, \sigma_к).$$

Тогда $W = \prod\limits_{\kappa=1}^{N} W_\kappa$ или

$$n(a,\sigma) = \prod_{\kappa=1}^{N} n_\kappa(a,\sigma_\kappa). \tag{4}$$

Последнее функциональное уравнение позволяет определить вид функции $n(a,\sigma)$. Прологарифмировав (4) и, воспользовавшись аддитивностью напряжения $\sigma = \sum\limits_{\kappa=1}^{N} \sigma_\kappa$, получаем

$$\ln n\left(a\sum_{\kappa=1}^{N}\sigma_\kappa\right) = \sum_{\kappa=1}^{N} \ln n_\kappa(a,\sigma_\kappa). \tag{5}$$

Возьмем дифференциал правой и левой части (5) по аргументу $\sigma_к$ при постоянном значении a. Получим

$$\frac{n'\left(a,\sum\limits_{\kappa=1}^{N}\sigma_\kappa\right)}{n\left(a,\sum\limits_{\kappa=1}^{N}\sigma_\kappa\right)}\cdot d\left(\sum_{\kappa=1}^{N}\sigma_\kappa\right) = \sum_{\kappa=1}^{N}\frac{n'(a,\sigma_\kappa)}{n(a,\sigma_\kappa)}d\sigma_\kappa. \tag{6}$$

В силу произвольности всех $d\sigma_i$ все коэффициенты при этих дифференциалах должны быть равны, так как иначе правая часть (6) не может быть представлена в виде левой части. Тогда вместо (6) можно написать

$$\frac{n'(a,\sigma_1)}{n(a,\sigma_1)} = \frac{n'(a,\sigma_2)}{n(a,\sigma_2)} = \ldots = \frac{n'(a,\sigma_N)}{n(a,\sigma_N)} = -\beta .$$

Величина β может быть только константой, так как все члены этого равенства суть функции различных независимых переменных.

Опуская в последнем соотношении индексы $\kappa = 1, 2, \ldots, N$, так как оно должно быть справедливо при любом значении σ и интегрируя его, находим

$$n(a,\sigma) = A\exp(-\beta\sigma), \tag{7}$$

где A - постоянная интегрирования, зависящая от a и β.

Коэффициент β имеет размерность, обратную размерности σ. Так как средняя прочность пород пропорциональна предельному напряжению $\sigma_{пр}$, то можно представить $\beta = \dfrac{1}{a\sigma_{пр}}$, где a определяется по данным эксперимента. При $\sigma > \sigma_{пр}$ разрушение невозможно.

Постоянная интегрирования в уравнении (7) определяется из условия нормирования (3). В силу (7) и (3) имеем

$$n = 4\pi A\int \exp(-\beta\sigma)d\sigma . \tag{8}$$

Нижний предел интегрирования в условии (8) соответствует наименьшему возможному значению напряжения, при котором происходит разрушение. Последнее равно минимальному пределу прочности породы $\sigma_{пр}$. Что же касается верхнего предела интегрирования, то можно указать наибольшее значение напряжения. Однако подынтегральная функция настолько быстро убывает с ростом аргумента σ, что мы не сделаем никакой ошибки, заменив верхний предел интегрирования на бесконечный. Зная пределы интегрирования, из условия (8) находим постоянную интегрования A и подставляем ее выражение в (7). Окончательно функция распределения (7) будет иметь вид

$$n(a,\sigma)=\frac{\beta n}{4\pi}\exp\left[\beta\left(\sigma_{np}-\sigma\right)\right]. \tag{9}$$

Число элементов в единице объема, напряжения которых лежат между σ и $\sigma + d\sigma$, таким образом, равно

$$dn=\beta n\exp\left[\beta\left(\sigma_{np}-\sigma\right)\right]d\sigma. \tag{10}$$

Отсюда находим относительное количество элементов, прочность которых не больше σ. С учетом выражения для β, получим

$$P(\sigma)=\frac{\sigma_{np}}{n}\cdot\frac{dn}{d\sigma}=\frac{1}{a}\exp\left[\frac{1}{a}\left(1-\frac{\sigma}{\sigma_{np}}\right)\right]. \tag{11}$$

Подстановка (11) в (2) дает

$$\sigma_0=\sigma_{np}\left[1-a^{-1}\exp a^{-1}\left(1-\frac{\sigma}{\sigma_{np}}\right)\right], \tag{12}$$

где $a^{-1} = \alpha_{n}m(2-\alpha_{n}m)$ – параметр, определяемый по экспериментальным данным. Здесь: m – коэффициент, учитывающий степень нарушений сплошности горных пород; $\alpha_{n}=\frac{l_{n}}{l_{\perp}}$ – коэффициент, учитывающий геометрию дефектов ($l_{n}, l_{\perp}$ – усредненные размеры дефектов вдоль и перпендикулярно действию нагрузки; отношение $\frac{l_{n}}{l_{\perp}} > 1$ – соответствует ориентации дефектов по направлению нагрузки, $\frac{l_{n}}{l_{\perp}} < 1$ – перпендикулярно ей).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1979.

УДК 622.232.83.622.831.322

В.А. Страшко, Л.Д. Шматовский

СОПРОТИВЛЯЕМОСТЬ НАПРЯЖЕННЫХ, В ТОМ ЧИСЛЕ ВЫБРОСООПАСНЫХ ПОРОД РАЗРУШЕНИЮ МЕХАНИЧЕСКИМИ ИНСТРУМЕНТАМИ ПРОХОДЧЕСКИХ КОМБАЙНОВ

Приведені залежності, які глибше та ясніше розкривають фізику критерію викидонебезпечності гірських порід, його зв'язок з напруженністю та опором порід механічному руйнуванню.

В настоящей статье рассмотрены теоретические предпосылки оценки влияния естественных напряжений и выбросоопасности горного массива на сопротивляемость его разрушению механическими инструментами проходческих комбайнов. Задача решается в три этапа.

На первом этапе производится обоснованный выбор показателей, характеризующий степень выбросоопасности горных пород; на втором – устанавливается связь между показателями выбросоопасности и естественными напряжениями и на третьем – производится обоснованный выбор показателей, характеризующих сопротивляемость горных пород разрушению механическими инструментами проходческих комбайнов, устанавливается их связь с напряженностью и выбросоопасностью.

Специальными опытами, проведенными многими исследователями в промышленных условиях, установлено, что выброс представляется, как мгновенный процесс разрушения породы, который начинается в местах максимальных сжимающих напряжений, достигающих величины временного сопротивления породы разруше-